

Im W-Seminar „Axiomatische Mathematik“ wollen wir uns einen Einblick in die axiomatische Methode und die grundlegenden Strukturen der Mathematik erarbeiten und uns auf diese Weise einen Eindruck moderner Mathematik (ab Anfang des 20. Jahrhunderts) verschaffen, die sich zum großen Teil auf diese Methode und Strukturen stützt. Kurz zusammengefasst besteht die axiomatische Methode in folgenden Punkten

- Man lässt die Grundbegriffe/Objekte einer mathematischen Theorie unerklärt.
- Stattdessen legt man die grundlegenden Eigenschaften/Regeln fest, denen die Grundbegriffe/Objekte gehorchen sollen.
- Diese Eigenschaften/Regeln heißen die Axiome der Theorie.
- Eine inhaltliche Erklärung der Begriffe an sich ist dann nicht mehr nötig. Der deutsche Mathematiker und Mitbegründer der axiomatischen Methode David Hilbert hat dazu einmal gesagt “Man muss statt “Punkt, Gerade, Ebene” jederzeit auch “Tisch, Stuhl, Bierseidel” sagen können.”
- Die Axiome werden unter Verwendung der (Sprache der) Logik formuliert
- Mathematisches Arbeiten erfolgt durch die Angabe der Axiome der mathematischen Theorie, in der man arbeiten will. Jede Aussage wird bewiesen durch konsequentes Herleiten des Theorems aus den Axiomen mit den Mitteln der Logik und ohne Verwendung der Anschauung.

Die Strukturen der Mathematik, wie z.B. Gruppe, Ring, Körper, Verband, topologischer Raum, metrischer Raum, Wahrscheinlichkeitsraum, Vektorraum, Banachraum, Hilbertraum, usw. sind axiomatisch aufgebaut. Die Mathematik kann auf das Studium solcher Strukturen zurückgeführt werden. Die Strukturen bauen aufeinander auf und ermöglichen eine hierarchische Ordnung der gesamten Mathematik.